Mødet den 12te Juni.

Hr. Stads-Ingenieur *Colding* forelagde Selskabet en Afhandling over Lovene for flydende Legemers Bevægelse i begrændsede Ledninger og i frie Strømme, af hvilken Afhandling her kun meddeles et Udtog, da Arbeidet i sin Heelhed vil blive optaget i Skrifterne. Lovene for Vandets Bevægelse i begrændsede Ledninger med constant Vandføring har Forfatteren tidligere gjort til Gjenstand for sine Undersøgelser og han har forelagt Selskabet tvende Afhandlinger over dette Emne, den ene i April 1855, den anden i Mai 1861. I den første af disse Afhandlinger har Forfatteren fremstillet Resultaterne af forskjellige Forsøg over Vandets Bevægelse i glasserede Rørledninger og udviklet de Love, som deraf fremgaae; i den anden har han givet en videre Udvikling af disse Love, og i Særdeleshed en Fremstilling af de frie Vandspeilsformer, hvorunder en constant Strøm ved givne Forhold kan bevæge sig. Begge disse Arbeider ere imidlertid udgaaede af »Hypothesen om Lagenes Parallellisme» og den derpaa byggede Eytelweinske Lov for Vandets Bevægelse, som forudsætter, at med Undtagelse af de Partikler, som ligge ganske nær ved Ledningens Overflade, bevæger Vandet sig med samme Hastighed i alle Punkter af et og samme Tværsnit paa Strømmen, hvilket vel tilnærmelsesviist er fundet bekræftet ved Forsøg, men aabenbart er langtfra at være virkeligt naturtroe. Efter denne Hypothese betragtes nemlig Vandet paa en Maade som et fast Legeme, der glider langs med et andet, formedelst Tyngdens Virkning, og hemmes i dets Fart ved den Friction, som finder Sted ved Ledningens Overflade; men at denne Betragtningsmaade er urigtig, behøver ingen videre Forklaring; megetmere er det klart, at Strømmen bør betragtes som et Bundt af *Strøm-*

traade, hvis transversale Dimensioner ere uendeligt smaa, og hvori hver enkelt Traad har sin særegne Hastighed, der afhænger af Ledningens Tværsnitsform og Traadens Afstand fra Ledningens Overflade. I den nærværende Afhandling søger Forfatteren at bestemme Loven for Vandets virkelige Bevægelse, idet han forkaster »Hypothesen om Lagenes Parallellisme».

Forfatteren, som alt i de foregaaende Afhandlinger har hentydet paa det Unøiagtige, der ifølge den gængse Forestilling heftede ved de af ham udførte Beregninger, har fra Aaret 1853 jevnlig arbeidet paa at fremstille Lovene for Vandets Bevægelse uafhængigt af den nævnte Hypothese; men han har været nødt til at skride meget langsomt frem med sin Undersøgelse af Mangel paa Forsøg, som kunde lede Tanken frem til større Klarhed. Hans første Betragtning var omtrent følgende: Naar Vandet bevæger sig i en Strøm igjennem en Ledning, hvis Bund er et Plan, som har et Fald h paa Længden l, og Vandspeilet er parallelt med Ledningens Bund, saa viser Erfaring, at Strømhastigheden er constant for hele Længden l i en hvilkensomhelst given Dybde x under Vandspeilet. Men deraf følger, at den bevægende Kraft, som virker paa det Element eller den Strømtraad, der befinder sig i Dybden x under Vandspeilet, nøiagtigt maa være lige stor med den Modstand, som dette Element lider, og da denne Modstand kun kan hidrøre fra den Friction, som Vandet lider ved at glide hen over det consecutive Element af Strømmen, samt idet han, i Overeensstemmelse med den ellers bekjendte Erfaring, antager, at denne Modstand voxer proportionalt med Qvadratet af den relative Hastighed, hvormed de omhandlede Strømelementer bevæge sig forbi hinanden, kommer han til det Resultat, at, naar Strømhastigheden i Dybden x betegnes ved v og Tyngdekraften fremstilles ved g samt Fluidets Tæthed betegnes ved ϱ, saa kan Betingelsen for, at Strømelementets Hastighed er constant, fremstilles ved:

$$\left(\frac{dv}{dx}\right)^2 = \frac{gh\varrho}{\mu . l} \cdot x\,, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

idet μ er en af x uafhængig Størrelse.

Ved at integrere denne Ligning finder man Ligningen for Vandets Bevægelse at være følgende:

$$v = V - \frac{2}{3}\sqrt{\frac{gh\varrho}{\mu l} \cdot x^3}\,, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

hvori V, som er Værdien af v for $x = 0$, betegner Strømmens Hastighed i Vandspeilet.

Af Mangel paa Forsøg maatte Forfatteren blive staaende ved denne theoretiske Udvikling indtil han tre Aar senere, i Slutningen af 1856, kom i Besiddelse af en Afhandling af Capitain Boileau, Traité de la mesure des Eaux courantes, Paris 1854, hvori den nævnte Forfatter bl. A. har meddeelt tvende Rækker af Forsøg, som ere anstillede i Metz over Strømhastigheden af Vandet i forskjellige Dybder af en Canal med et rectangulært Tværsnit, der havde en Brede $= 0{,}680^{\text{meter}}$ og hvori Vandspeilet, som flød parallelt med Ledningens Bund, havde et Fald af 1 paa 1000. I den første af disse Forsøgsrækker var Strømmens Dybde $= 0{,}348^{\text{m}}$, og i den anden Forsøgsrække var Dybden kun $= 0{,}206^{\text{m}}$. I nærværende Afhandling viser Forfatteren først, at den af Capitain Boileau opstillede Lov for Hastighedens Aftagelse med Dybden, der har Formen

$$v = A - Bx^2,$$

kun meget slet tilfredsstiller hans Forsøg; hvorimod Formlen (2) paa det Fuldstændigste bekræftes af disse Forsøg for hver Række især, naar man ifølge de mindste Qvadraters Methode bestemmer Værdierne for Størrelsen $\left(\frac{\mu}{\varrho}\right)$, som indgaaer i Formlen (2). Udføres Regningen, saa finder man ifølge Boileau's første Forsøgsrække $\left(\frac{\mu}{\varrho}\right) = 0{,}00324$, hvorimod man for den anden Forsøgsrække finder $\left(\frac{\mu}{\varrho}\right) = 0{,}00203$, hvoraf fremgaaer, at $\left(\frac{\mu}{\varrho}\right)$ ikke er constant, men afhængig af Vanddybden og det saaledes, at μ er proportional med Strømmens Dybde. Betegnes Strømmens Dybde ved H, saa kan altsaa Formlerne (1) og (2) skrives saaledes:

$$\left(\frac{dv}{dx}\right)^2 = \frac{gh\varrho}{\mu . l} \cdot \frac{x}{H} \quad \text{og} \quad v = V - \frac{2}{3}\sqrt{\frac{gh\varrho}{\mu l} \cdot \frac{x^3}{H}}, \qquad (3)$$

hvor $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{g\varrho}{\mu}}$ er en constant Størrelse, som ifølge Boileau's Forsøg findes at være $= 34{,}5$. Af Formlen (3) bestemmes Strømmens Vandføring samt dens Middelhastighed w, og man finder derefter let følgende Relation mellem V, v og w:

$$5w = 3V + 2v \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \qquad (4)$$

Med Hensyn til den Maade, hvorpaa Modstanden, der udgaaer fra Ledningens Overflade, virker paa Strømmen, da oplyste Forfatteren, at denne efter sin Natur maa forplante sig igjennem Fluidet i Retning af Normalen til Overfladen; men at Modstanden derimod i Almindelighed ikke forplanter sig igjennem hele Strømmen, men kun til det Punkt af Normalen, hvor samme skjæres af en Anden, der efter Forholdenes Natur medfører en lige Hastighed i Skjæringspunktet. I en cirkelformet, cylindrisk Ledning falder Normalernes Skjæringspunkt i Centrum, og naar Ledningen er heelt fyldt, vil den frie Overflade altsaa være reduceret til en Linie (Ledningens Axe), hvor Hastighedeo vil være et Maximum. Den Vandmasse, som befinder sig mellem to vilkaarligt valgte Normaler, er kun paavirket af den Deel af Ledningens Overflade, der ligger imellem disse Normaler. For en plan Ledning uden Dæksel vil Vandspeilet falde sammen med den Overflade, hvori Hastigheden er et Maximum, saafremt Strømmen bevæger sig i det lufttomme Rum. Er Strømmen derimod begrændset af to parallele Planer, og ere begge Planer af samme Beskaffenhed, saa vil Modstanden imod Vandets Bevægelse i Ledningens to Halvdele, nærmest disse Planer, være ligestor, og den frie Overflade vil da falde midt imellem de omtalte tvende Planer. Udøver Dækselet en mindre Modstand end Bunden, vil Strømhastigheden blive større ved Dækselet end ved Bunden, og i dette Tilfælde vil altsaa den fri Overflade i Strømmen, det vil sige den Grændseflade, hvori Vandet kan betragtes som fuldkommen frit, og hvori Strømhastigheden altsaa stedse er et Maximum, nærme sig imod Dækselet. Men selv i en aaben Ledning viser det sig i Reglen, at Strømhastigheden i Vandspeilet er mindre end lidt derunder, hvilket naturligviis hidrører fra, at Luften udøver en lignende, skjøndt svagere Virkning, som Bunden af Ledningen, og Boileau fandt saaledes, at Hastigheden var størst i en Dybde af $\frac{1}{4}$ til $\frac{1}{5}$ af hele Vanddybden.

Efter paa denne Maade at have forvisset sig om, at Formlerne (3) og (4) fuldstændigt stemmede overeens med Boileau's tvende Rækker af Forsøg, havde Forfatteren tilstrækkelig Anledning til at gaae videre i sine Undersøgelser, og ved en ganske tilsvarende Betragtning, som den, hvorved Formlerne (1) og (2) bleve fremstillede, fandt han dernæst følgende Formler for Bevægelsen af et Fluidum i en hvilkensomhelst cylindrisk Ledning:

$$\left(\frac{dv}{dr}\right)^2 = k \cdot \frac{r^2 - \alpha^2}{r} \quad \text{og} \quad v = V - \sqrt{k}\int_\alpha^r \left(\frac{r^2-\alpha^2}{r}\right)^{\frac{1}{2}} dr, \quad (5)$$

idet $k = \frac{1}{2}\frac{gh\varrho}{\mu l}$, $\alpha + H = R$ og $\alpha + x = r$, hvori Bogstaverne v, g, h, ϱ, l og μ have samme Betydning, som i det Foregaaende er vedtaget, medens R betegner Ledningens Krumningsradius svarende til det betragtede Punkt af Strømmen, hvis Dybde under den frie Overflade er x, og H betegner Strømmens fulde Dybde, begge maalte efter Normalen til Ledningens Overflade; α og r betegne altsaa Afstandene fra Krumningscentret, respective til den frie Overflade og til det betragtede Punkt af Strømmen. Af Formlerne (5) sees først, at naar $R = \infty$ og H er endelig, saa er $\alpha = \infty$ samt Ledningen en plan Flade, og i dette Tilfælde finder man ganske rigtigt, at Formlerne (5) reducere sig til Formlerne (1) og (2) for den plane Ledning.

Er Ledningen derimod cirkelformet og heelt fyldt med Vand, saa er $\alpha = 0$, og Formlerne (5) kunne da skrives:

$$\left(\frac{dv}{dr}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{gh\varrho}{\mu l}\cdot r \text{ og } v = V - \frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{2}\frac{gh\varrho}{\mu l}\cdot r^3} \quad . \quad . \quad (6)$$

Af den sidste af disse Formler kan Vandføringen q let beregnes og deraf Strømmens Middelhastighed w bestemmes; udføres Regningen, finder man følgende Relation mellem V, v og w

$$7w = 3V + 4v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Først senere kom Forfatteren i Besiddelse af en Afhandling af General-Inspecteur Darcy: Recherches Experimentales relatives au mouvement de l'Eau dans les tuyaux, Paris 1857, hvilken Afhandling, efter en gunstig Betænkning, afgiven i Juni 1854, er optagen i det franske Academies Skrifter. Ifølge denne Afhandling har Darcy bl. A. experimentalt undersøgt Lovene for Vandets Bevægelse i cirkelformede, cylindriske Ledninger, hvis Diametre varierede fra $0{,}188^m$ til $0{,}50^m$, og ved denne Undersøgelse blev han ledet til det Resultat, at Strømhastigheden kan fremstilles ved følgende Formel:

$$v = V - \frac{K}{R}\sqrt{g\frac{h}{l}\,r^3},$$

der ganske falder sammen med Formlen (6), naar man antager Størrelsen $\left(\frac{\mu}{\varrho}\right) = \frac{2R^2}{9K^2}$ og i dette Resultat laae der altsaa en ny og vigtig Bekræftelse paa Rigtigheden af den her fremstillede Theori.

Forfatteren gjør imidlertid opmærksom paa, at Darcy's Formel paa en væsentlig Maade staaer i Strid med Boileau's Forsøg, og navnlig forsaavidt, at $\left(\frac{\mu}{\varrho}\right)$ efter Darcy's Forsøg skulde være proportional med Qvadratet af Strømmens Dybde, imedens μ efter Boileau's Forsøg viser sig at være proportional med første Potents af denne Vanddybde. Forfatteren gjør derhos opmærksom paa, at Darcy har afledet dette Resultat af Forsøg med fire Rørledninger af væsentligt forskjellige Diametre, men at en nærmere Sammenligning viser, at man med ligesaa god Grund tør slutte, at $\left(\frac{\mu}{\varrho}\right)$ er proportional med R som med R^2, idet Afvigelserne indbyrdes i det Hele findes at være temmelig store; thi vistnok bliver Feilen i det Hele mindst ved at antage $\left(\frac{\mu}{\varrho}\right)$ proportional med R^2; men sammenlignes Resultaterne for de større Rør, der dog maa tilskrives størst Paalidelighed, saa passer den første Potents af R meget bedre end R^2. Endelig gjør Forfatteren opmærksom paa, at Darcy's Antagelse nødvendigviis maa være urigtig, da den i sine Conseqventser leder ligefrem til Umuligheder. Antager man derimod, at i de almindelige Formler (5) har $\left(\frac{\mu}{\varrho}\right)$ følgende Form:

$$\left(\frac{\mu}{\varrho}\right) = \frac{2}{9}\,\frac{R^2 - \alpha^2}{K^2 \,.\, R}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

som stemmer med Boileau's Forsøg, saa erholder den 1ste Formel (5) følgende symetriske Form:

$$\left(\frac{dv}{dr}\right)^2 = \frac{9}{4}\,K^2 g\,\frac{h}{l}\,\frac{r^2 - \alpha^2}{R^2 - \alpha^2}\cdot\frac{R}{r}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

der allerede derved vækker Anelse om sin Paalidelighed, og denne bliver ydermere bestyrket derved, at, naar vi anvende denne Formel paa det Tilfælde, hvor Ledningen er en med Vand fyldt Cylinder med cirkelformet Tværsnit, saa kan Formlerne (6) skrives:

$$\left(\frac{dv}{dr}\right)^2 = \frac{9}{4}\,K^2 g\,\frac{h}{l}\cdot\frac{r}{R}, \quad v = V - K\sqrt{\frac{gh}{l}\cdot\frac{r^3}{R}} \quad \ldots \quad (10)$$

og naar vi da, ifølge Darcy's Forsøg, beregne den sandsynlige Værdi af $K\sqrt{g}$, saa finde vi denne at være:

$$K\sqrt{g} = 31{,}63.$$

Anvende vi derimod samme Formel (9) paa en plan Ledning med Vandhøiden H, saa finde vi:

$$\left(\frac{dv}{dx}\right)^2 = \frac{9}{4}\,K^2 g\,\frac{h}{l}\cdot\frac{x}{H}, \quad v = V - K\sqrt{g}\sqrt{\frac{hx^3}{lH}}, \quad \ldots \quad (11)$$

som sammenlignet med Formlerne (3) viser, at medens Boilean's Forsøg have givet . . . . $K\sqrt{g} = 34{,}5$
saa giver Darcy's Forsøg . . . . $K\sqrt{g} = 31{,}63.$

En større Overeensstemmelse imellem saa uligeartede Forsøg vilde man næppe vente, og dette Resultat betragter Forfatteren som et afgjørende Beviis for Theoriens Rigtighed.

Efter det saaledes udviklede vil det som man seer være let at bestemme Loven for Vandets Bevægelse i en hvilkensomhelst cylindrisk Ledning, naar Ligningen for dens Tværsnit er given og Vandet strømmer derigjennem med en constant Hastighed.

Fra dette Resultat gaaer Forfatteren over til at fremstille Lovene for Bevægelsen af en Strøm, hvis Hastighed i det vilkaarlige Element, som betragtes, er variabel baade som Function af Elementets Sted med Hensyn til Ledningens Overflade, altsaa som Function af r og tillige som Function af det gjennemløbne Rum, altsaa som Function af Tiden.

I dette almindelige Tilfælde finder han den partielle Differentialligning for Fluidets Bevægelse at være følgende:

$$\frac{dv}{dt} = g\frac{du}{ds} \mp \frac{\mu}{\varrho \cdot r} \cdot \frac{d\, r\left(\frac{dv}{dr}\right)^2}{dr} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

hvori s betegner Længden af den Vei, som det betragtede Element af Fluidet har gjennemløbet i Tiden t, ved hvilket Tidspunkt v betegner Hastigheden, u betegner Trykhøidetabet, r betegner *radius vector* til det betragtede Punkt af Fluidet, hvis Tæthed $= \varrho$, og hvori Fortegnet $\div$ vælges, naar $\left(\frac{dv}{dr}\right)$ er negativ og $+$, naar $\left(\frac{dv}{dr}\right)$ er positiv, samt hvori endelig μ, bestemt ved Formlen (8), betegner en Function af s.

Er Størrelsen $\alpha = \infty$, da kan Ligningen (12) integreres fuldstændigt paa en temmelig simpel Maade ved en uendelig Række; men i Almindelighed bliver Integralet, skjøndt det indeholder een arbitrær Function, meget vidtløftigt, hvad forøvrigt er ganske naturligt, naar det betænkes, hvilket Omfang den almindelige Ligning maa have, for at kunne indeslutte alle de paa dette

Gebet forefaldende Muligheder. Blandt disse er der nogle Tilfælde, som fortrinsviis ere af Vigtighed, og, det gaaer her som ikke sjeldent i Naturen, de vigtigste Tilfælde ere ofte de simpleste. Et mærkeligt Tilfælde i denne Henseende erholde vi, naar vi antage at den arbitrære Function $F(r)$, som indgaaer i det fuldstændige Integral, har følgende Form:

$$F(r) = A \,.\int\sqrt{\frac{r^2 - \alpha^2}{r}}.\, dr,$$

idet α er constant; thi da reducere disse ellers saa complicerede Formler sig til følgende simple Ligninger:

$$\left.\begin{aligned} v &= V \mp \tfrac{3}{2}\sqrt{a}\int\sqrt{\frac{r^2 - \alpha^2}{2r}}\, dr, \\ V &= \sqrt{2gu \mp \frac{a}{K^2}\int\frac{R^2 - \alpha^2}{R}\, ds + C} \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; (13)$$

hvori a er en arbitrær Constant, og s betegner Længden af den Vei, som det Element, der er bestemt ved $r = \alpha$ og hvis Hastighed $= V$, gjennemløber i Tiden t.

Sammenlignes den første af disse Formler med (5), idet det øverste Fortegn benyttes, viser det sig, at disse blive identiske, dersom man antager, at den arbitrære Constant $a = \frac{8}{9}\,k = \frac{4}{9}\frac{gh\varrho}{\mu l} = 2\,K^2 g\,\frac{h}{l}\,\frac{R_0}{R_0^2 - \alpha^2}$, idet R_0 betegner en vis constant Værdi af R og $\frac{h}{l}$ betegner Værdien af $\left(\frac{du}{ds}\right)$ for $R = R_0$. Et Forhold af denne Art frembyder Omdreiningsfladerne, hvor ethvert Snit lodret paa Axen er en Cirkel, for hvilken alle Normalerne til Ledningens Overflade skære hinanden i et Punkt af Axen. Er en saadan Ledning heelt fyldt, saa er $\alpha = 0$, og i dette Tilfælde betegner altsaa s Længden af Axen, svarende til det Punkt af Ledningen, hvis Radius $= R$. Antager man nu, at til $s = 0$ er $R = R_0$, saa kan Ligningen for Ledningens Overflade skrives

$$R = \varphi(s), \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (14)$$

hvor φ betegner en given Function af s.

Men i dette Tilfælde reduceres Formlerne (13) til:

$$v = V - K\sqrt{g}\sqrt{\frac{h}{lR_0}}\,.\,r^{\frac{3}{2}} \text{ og } V = \sqrt{2g\left(u - \frac{h}{lR_0}\int Rds + u_0\right)}, \quad (15)$$

hvoraf Ledningens Vandføring findes at være:

$$q = \pi R^2 \left(V - \tfrac{4}{7}K\sqrt{g}\sqrt{\frac{h}{lR_0}}\,R^{\frac{3}{2}}\right), \dots\dots\dots \quad (16)$$

hvilket Udtryk maa være uafhængigt af s, naar q er constant for hele Ledningens Længde.

Af Formlen (16) kan man bestemme V eller Vandets Strømhastighed i Ledningens Axe, naar q og $R = \varphi(s)$ ere givne, og derefter findes Tryktabet u, svarende til Længden s, ifølge (15), af følgende Formel:

$$u = \frac{V^2}{2g} - u_0 + \frac{h}{lR_0}\int_0^s Rds \dots\dots\dots \quad (17)$$

For en cylindrisk Ledning findes saaledes:

$$u = \frac{h}{l}s,$$

som forhen bekjendt.

Et andet mærkeligt Tilfælde er det, hvor $\alpha = \infty$. Her er altsaa ethvert Snit lodret paa Ledningen en ret Linie og, naar vi gaae ud fra Ledningens Bund, saa kan Ligningen for Strømmens Bevægelse altsaa skrives:

$$v = \sqrt{2gu + 2\frac{a}{K^2}\int Hds + C} + \sqrt{a}\,.\,x^{\frac{3}{2}}, \dots \quad (18)$$

hvoraf Strømmens Vandføring for en Brede $= 1$ findes at være:

$$q = H\left[\sqrt{2gu + 2\frac{a}{K^2}\int Hds + C} + \tfrac{2}{5}\sqrt{a}\,.\,H^{\frac{3}{2}}\right] \dots \quad (19)$$

Er Ledningen en plan Flade, saa kan Tryktabet u, svarende til en Længde $= s$ af Ledningen, fremstilles ved:

$$u = s\,.\,\sin\omega - (H - H_0)\cos\omega, \text{ og}$$

indsættes denne Værdi i Formlen (19) samt antages derhos, at q er constant, saa erholdes Betingelsesligningen mellem s og H for de frie Vandseilsformer ved plane Ledninger. En nærmere Undersøgelse af disse Former viser nu ikke alene, at der i det

Hele gives 6 Vandspeilsformer, hvorunder Strømmen kan bevæge sig med constant Vandføring, saaledes som Forfatteren i sin tidligere Afhandling har udviklet, men den viser tillige, at disse Former i det Væsentlige ere analoge med de af ham forhen fremstillede Former, naturligviis med de Modificationer, der ere en Følge af, at Vandet ikke, som tidligere forudsat, bevæger sig som en solid Masse, men tværtimod i alle Punkter har sin særegne Hastighed.

Ikke mindre vigtige og interessante ere de Resultater, som kunne udledes af Formlerne (13) med Hensyn til Vandets Bevægelse i frie Strømme i Havet. Gaae vi nemlig ud fra Strømmens frie Overflade, og antage vi $\alpha = \infty$, saa reduceres (13) til:

$$v = \sqrt{2gu - \frac{2a}{K^2}\int Hds + C - \sqrt{a}\,.\,x^{\frac{3}{2}}} \quad \ldots\ldots \quad (20)$$

og af denne Formel sees først, at Hastigheden v aftager, naar Dybden x voxer; men det sees tillige, at der stedse gives en Dybde, hvori $v = 0$, og det er klart, at denne Dybde maa være Strømmens fulde Dybde, som er betegnet med H. Men naar man altsaa i Formlen (20) sætter:

$$v = 0 \quad \text{og} \quad x = H,$$

saa erholder man Ligningen for Strømmens Begrændsningsflader, og antager man derhos, at den accelererende Kraft er Nul, altsaa at $u = 0$, saa finder man efter foregaaende Differentiation, Sondring af de Variable og derpaa følgende Integration, følgende Ligning for Strømmens Form:

$$H = \pm\sqrt{p(s_0 - s)}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

hvori s_0, som betegner Værdien af s svarende til $H = 0$, fremstiller Strømmens fulde Længde fra det valgte Udgangspunkt til dens totale Forsvinden, og p er en Constant $= 0{,}0417$ Fod, naar H og s udtrykkes i Fod. Heraf sees at Strømmens Længdesnit er en Parabel, hvis Toppunkt er Grændsen for Strømmens Længdeudstrækning, hvis Abscisse er Strømmens Længderetning og hvis Ordinater fremstille Strømmens Dybde langs dens hele Længde. Er Strømmen en Dybvandsstrøm, da vil Formen være en fuldsændig Parabel; men er den derimod en Overfladestrøm, saaledes som f. Ex. Golfstrømmen, saa ligger Abscisseaxen i Vandspeilet og Strømmens hele Dybde vil følgelig være fremstillet ved Parablens ene Green.

Med Hensyn til Vandets Bevægelse, da findes ifølge (20)

$$V = \sqrt{a} \,.\, H^{\frac{3}{2}} \quad \text{og} \quad v = \sqrt{a}(H^{\frac{3}{2}} - x^{\frac{3}{2}}), \quad . \;.\; .\; . \quad (22)$$

hvor a er en arbitrær Constant, som maa bestemmes ifølge Erfaring. Med Hensyn til Strømmens Vandføring, da finder man ifølge (20), at denne kan fremstilles:

$$q = \tfrac{3}{5}\, H \,.\, V \quad . \;.\; .\; .\; .\; .\; .\; .\; .\; .\; . \quad (23)$$

Naar man nu vil anvende disse Formler paa Golfstrømmen, saa er det ikke vanskeligt at bestemme Constanten a, naar man til Exempel for tvende givne Punkter af Strømmen, hvis Afstande ere bekjendte, har bestemt Strømmens Hastighed i Vandspeilet. Ifølge Capitain Maury »the physical geography of the sea» kan man saaledes anslaae Golfstrømmens Hastighed i Floridastrædet ved Bemini til $6\frac{2}{3}$ Fod pr. Sec.; men efterat Strømmen har gjennemløbet en Vei af c. 750 Miles Længde, anslaaer man Strømhastigheden, i Egnen af Azorerne, kun til 2 à 3 Miil i Døgnet eller c. 0,75 Fod pr. Sec. Gaaer man ud fra disse to Bestemmelser, findes $\sqrt{a} = 0{,}00025$, og deraf beregnes Golfstrømmens fulde Længde s_0 = c. 800 Mile, samt dens Dybde i Strædet ved Bemini, H_0, til c. 900 Fod. Fremdeles finder man, at naar Golfstrømmens Hastighed ved Bemini er $6\frac{2}{3}$ Fod og ved Azorerne er $\frac{3}{4}$ Fod, saa maa Dybden ved Cap Hatteras være c. 800 Fod og Strømhastigheden sammesteds være = 5,69 Fod, medens Erfaring angiver Hastigheden der til c. 5 Fod. Ved Newfoundland findes Dybden efter Formlen (21) at være 540 Fod og Strømhastigheden sammesteds at være 2,81 Fod medens Maury angiver den til 2,5 Fod. Endelig findes Strømdybden ved Azorerne at være omtrent 200 Fod samt at Golfstrømmen forsvinder i Havet, efter at have gjennemløbet en Strækning af

c. 50 Mile fra dette Punkt. Beregningen gjør altsaa paa fyldestgjørende Maade Rede for Hastighedens Variation langs ad Golfstrømmen; men der er dog en væsentlig Hage ved Beregningen, og det er denne, at ligesom Strømdybden aftager langs ad Strømmen efter den Lov, som er fremstillet i Formlen (21), saaledes maa ogsaa Golfstrømmen, hvis ingen anden Virkning forhindrer det, aftage i Brede efter samme Lov, dersom den kan betragtes som havende et rectangulært Tværsnit. Dette stemmer imidlertid ikke med Erfaring; thi Golfstrømmen spreder sig tværtimod meget betydeligt under sit Løb.

En Grund til denne Udbredelse kan søges deri, at Golfstrømmen er en varm Strøm, hvis Vand, som en Følge af Varmen, er mindre vægtfuldt, end Atlanterhavets Vand; men da Forchhammers Undersøgelser over Havvandet vise, at Golfstrømmens Vand tillige er saltholdigere end Atlanterhavets Vand, og som Følge deraf vægtfuldere end det omgivende Vand, saa maa disse modsatte Virkninger idetmindste tildeels ophæve hinanden; Alligevel synes Resultatet at være, at Golfvandet er mindre vægtfuldt, end Atlanterhavets Vand; thi Erfaring synes at vise, at Golfstrømmens Rande ere noget convexe, og i saa Fald, ligger der heri en Grund til, at Strømmen maa udbrede sig under dens Løb. Hvor stor en Spredning af Strømmen, der derved foranlediges, har man ikke Midler til at bestemme; men Forfatteren antager ikke at denne er større, end at man uden mærkelig Feil kan see bort fra samme. Men dersom man reent abstraherer herfra, saa bliver der endnu en anden og vægtigere Grund tilbage, som paa en høist tilfredsstillende Maade er istand til at forklare baade Strømmens Gang og dens Spredning i Havet, og denne Grund ligger deri, at Golfstrømmen under sit hele Løb brydes med mægtige Havstrømme, som bevæge sig fra Nord imod Syd igjennem Atlanterhavet, hvor de træffe Golfstrømmen paa deres Vei, og med hele den Magt, som ligger i disse Strømmes levende Kraft, trænge sig imod Golfstrømmen, og ikke alene tvinger den ud af dens

Vei i sydlig Retning, men trænge ind i denne og belemre den med mægtige Vandmængder, hvilke Golfstrømmen taalmodig optager blandt sine egne Vandmasser, og, liberalt, skjøndt ikke uden synlige Tegn paa Vrede, meddeler den disse Part i sin levende Kraft i Forhold til deres Masser og sætter dem i Bevægelse med sig. Følgen heraf er, at, da Golfstrømmens levende Kraft paa denne Maade efterhaanden bliver fordeelt paa større og større Masser af Vand, maa Strømhastigheden aftage, og dette kan ifølge Formlen (22) ikke skee uden at Strømdybden H maa aftage; men naar Vandmassen desuagtet voxer, saa er det klart, at Golfstrømmen maa tiltage i Brede, samt at denne Brede maa afhænge af de Vandmassers Størrelse, som strømme ned imod Golfstrømmen og blive bortførte af denne. Ved den nylig omtalte Beregning over Golfstrømmens Løb, blev det forudsat, at Strømmen ikke optog nye indtrængende Vandmasser paa sin Vei, og det blev da fundet, at i saa Fald maatte den have en Dybde i Strædet ved Bemini af c. 900 Fod, samt at dens fulde Udstrækning vilde udgjøre henimod 800 Mile. Optager derimod Golfstrømmen betydelige Vandmasser paa sin Vei, saa maa den fra Begyndelsen af have en større levende Kraft i sig, end den nys forudsatte, og som en Følge deraf maa dens Dybde i Beministrædet være større end 900 Fod, hvilket netop er det, som Erfaring synes at stadfæste, idet Captain Maury angiver Golfstrømmens Dybde for dette Punkt til 200 Favne eller c. 1200 Fod. Forfatteren antager nu, at Golfstrømmen virkelig har denne Dybde ved Bemini samt i Gjennemsnit en Strømhastighed i Vandspeilet af $6\frac{2}{3}$ Fod pr. Sec. og finder da, at Constanten $\sqrt{a} = 0{,}00016$ samt at Golfstrømmens fulde Længdeudstrækning, dersom den ikke hemmedes i sit Løb ved indtrængende Vandmasser vilde beløbe sig til c. 1440 Mile, i hvilket Tilfælde den vilde naae Europas Kyster med en Hastighed af $2\frac{1}{2}$ Fod i Sec. og med en Dybde af over 600 Fod.

Forfatteren gjør dernæst opmærksom paa, at hele Golfstrømmens levende Kraft, svarende til et hvilketsomhelst Punkt af dens Bane og udtrykt i Hestes Kraft kan fremstilles ved:

$$A = 4550\ V^3\ H, \dots\dots\dots\dots \quad (24)$$

idet V og H udtrykkes i Fod. I Strædet ved Bemini beløber denne Arbeidsmængde sig til 1600 Millioner HKr. og for at belyse dennes uhyre Størrelse, bemærker han, at en saa stor Arbeidsmængde, udført med de fuldkomneste Dampmaskiner, som bruge 3 ℔ Kul i Timen pr. HKr., vilde udkræve et Kulforbrug af over 2 Mill. Tons i Timen, saa at hele Englands aarlige Kulproduktion (84 Mill. Tons), ikke vilde være tilstrækkeligt til to Gange 24 Timers Arbeide.

Men naar Golfstrømmens Vande, istedetfor at være fordeelt paa en Brede = 8 Mile udbreder sig over m Miles Brede, saa vil Strømdybden — forudsat, at Strømmens levende Kraft er uforandret —, være aftaget fra H til:

$$h = \left(\frac{8}{m}\right)^{\frac{2}{11}} . H \dots\dots\dots\dots\dots \quad (25)$$

og hvis vi altsaa tage Strædet ved Bemini til Udgangspunkt, saa komme vi til følgende Resultat:

1) For Høiden af Cap Hatteras findes $H = 1136$ Fod, men da $m = 18\frac{3}{4}$ Miil, bliver Strømmens virkelige Dybde = 970 Fod og Strømhastigheden $V = 4{,}86$ Fod, medens Erfaring har givet c. 5 Fod.

2) For Høiden af Newfoudlands Banken findes $H = 970$ Fod, men da man efter Maury har $m = 112$ Miil, saa bliver Strømmens virkelige Dybde kun = 600 Fod og Strømhastigheden $V = 2{,}35$ Fod, medens Erfaring har anslaaet den til c. 2,5 Fod.

3) For Høiden af Azorerne findes $H = 830$ Fod, men da Strømmen efter Maury udstrækker sig fra 30 til 53 Grader N. Br. saa bliver Golfstrømmens virkelige Dybde ved Azorerne kun = 420 Fod med en Hastighed af 4 til 5 Miil i 24 Timer, medens Erfaring synes at have givet en Hastighed paa dette Punkt af 2 à 3 Miil.

Overeensstemmelsen mellem Erfaring og Beregning synes saaledes at godtgjøre, at Beregningen er rigtig.

Men er Beregningen rigtig, saa kan man gaae et Skridt videre for tilnærmelsesviis at bestemme Størrelsen af de Vandmasser, som Golfstrømmen optager fra Punkt til andet paa sin Vei.

Golfstrømmen, som i Strædet ved Bemini har en Vandføring af 920 Mill. Cbfod pr. Sec., vilde nemlig, dersom den ikke opfangede noget Vand, have en Vandføring ved Cap Hatteras af c. 800 Mill. Cbfod; men i Stedet derfor er denne 1280 Mill. Cbfod, og Strømmen har altsaa paa en Længde af 150 Mile optaget 480 Mill. Cbfod Vand. Paa Strækningen fra Cap Hatteras til Newfoundland, der har en Længde af c. 350 Mile, skulde Vandføringen paa samme Maade have aftaget fra 800 til 540 Mill. Cbfod, men i det Sted er den voxet fra 1280 til 2280 Mill. Cbfod, og Golfstrømmen har altsaa paa denne Strækning opfanget en Vandmængde af 1260 Mill. Cbfod, og endelig paa Strækningen fra Newfoundland til Azorerne skulde Golfstrømmens Vandføring have aftaget fra 540 til 360 Mill. Cbfod, men istedet derfor findes den at være tiltaget fra 2280 til 2920 Mill. Cbfod og Strømmen har altsaa paa en Længde af c. 250 Mile optaget Vandmasser til Beløb af 820 Millioner Cubikfod.

Det er heraf klart, hvilken Indvirkning Koldvandsstrømmene fra Nord udøve paa Golfstrømmen: ere disse betydelige, saa belemres Golfstrømmen med betydeligere Vandmasser, der baade nedsvale dens Temperatur og formindske dens Længdeudstrækning i høi Grad og tilmed tvinger denne Strøms Løb til at antage en forholdsviis sydlig Retning, hvorved Golfstrømmens Virkning paa Europas climatiske Forhold bliver væsentlig under Middelvirkningen. Ere Koldvandsstrømmene fra Nord derimod forholdsviis smaa, saa beholder Golfstrømmen en mere nordlig Retning, Vandet en høiere Temperatur og Strømmens virkelige Længdeudstrækning bliver tillige forholdsviis stor, og ved alle disse sammentrædende Omstændigheder er det klart, at Golfstrømmens Indvirkning paa Europa maa blive større end

Middelvirkningen. At Golfstrømmen i Aarets Løb har en svaiende Bevægelse, der viser hen paa en saadan Variation af Koldvandsstrømmene fra Nord, er bekjendt. Paa Høiden af Newfoundland falder Golfstrømmens Nordgrændse i Sept. ved c. 48° N. B. og i Marts ved 43° N. Brede. Indtræffer det Tilfælde, at Golfstrømmens Vandføring er forholdsviis stor og at Koldvandsstrømmene fra Nord ere forholdsviis smaa, saa bliver Golfstrømmens Virkning paa Europa et Maximum, og det er maaskee ikke usandsynligt, at den usædvanlige milde Vinter og det tidlige Foraar iaar, i en væsentlig Grad kan hidrøre fra saadanne Forhold ved Golfstrømmen. Efter det her Anførte, bliver det altsaa mere end blot sandsynligt, at den Koldvandsstrøm, der skyder sig ned imellem Amerikas Kyst og Golfstrømmen og som synes at forsvinde i Floridastrædet, netop forsvinder der fordi den efterhaanden optages af Golfstrømmen. Vandføringen af denne Koldvandsstrøm maa altsaa anslaaes til omtrent Halvdelen af Golfstrømmens.

Spørger man nu om Golfstrømmens Oprindelse, saa troer Forfatteren, at der kun er een Aarsag, som kan fremkalde denne mægtige Havstrøm, der er saa stor, at den i Løbet af 24 Timer vilde sænke Vandspeilet i det caraibiske Hav og den mexikanske Havbugt 28 Tommer, dersom disse Have, hvis Størrelse er liig en Trediedeel af hele Europa, intet Tilløb havde, og denne Aarsag er *Æqvatorialstrømmen.* Efter det Anførte er det nemlig indlysende, at der ikke gives nogen Flod i Verden der fører en saa stor Vandmasse, som den, der udstrømmer igjennem Floridastrædet, ligesom ogsaa, at der ikke er nogen Gradsforskjel af Saltholdighed mulig, der vilde kunne opveie den Mangel paa Vand, som vilde opstaae, dersom det Caraibiske Hav og den Mexikanske Bugt savnede en lige stor Vandtilgang, som den, Golfstrømmen fører bort. Betingelsen for Golfstrømmens Bestaaen er altsaa den, at det forenede Caraibiske og Mexikanske Hav maa have en Tilgang, der stadigt kan holde Ligevægt med Afgangen; men da Afgangen danner een af de mægtigste Havstrømme vi kjende, saa kan Tilgangen ikke være mindre end en saadan mægtig Havstrøm. Med andre Ord, Golfstrømmen har sin Oprindelse fra den Havstrøm, der fra Sydspidsen af Afrika gaaer op igjennem Atlanterhavet, hvor den fra den Guineiske Havbugt sender en mægtig Strøm tværs over Atlanterhavet lige ind i det Caraibiske Hav, og det er denne Strøm, der medbringer den levende Kraft, hvormed Vandet forlader disse Have i Floridastrædet som Golfstrømmen.

Conferentsraad *Forchhammer* meddelte følgende Notitser angaaende den sandsynlige Forekomst af Juraformationen i det nordlige Jylland.

Da jeg for over 40 Aar siden efter et længere Ophold i England begyndte at bearbeide Danmarks Geognosi, opkastede jeg det Spørgsmaal, hvorledes den Deel af Danmark og Bunden af det omgivende Hav, der ligger imellem Liimfjordens Kridtparti og Norges og Sverrigs Ur- og Overgangsbjerge, var sammensat. En ganske almindelig Betragtning af Forholdene maatte gjøre det i høi Grad sandsynligt, at det store Mellemrum imellem de ældste af Jordens forsteningsførende Bjergmasser i Norge og det sidste Led af den store, saakaldte secondaire Formation i Jylland, engang have været udfyldt med saadanne Dannelser, der ogsaa i Tiden falde imellem Overgangsformationen og Kridtdannelsen. Denne Mening blev i høi Grad bestyrket ved den Iagttagelse, at Kridtformationen i Nord-England antager en reen øst-vestlig Strygningslinie, hvor den nærmer sig til Englands Østkyst, og at en Fortsættelse af denne vest-østlige Strygningslinie fører ligefrem til de nordligste Partier af Skrivekridt paa den jydske Halvøes Vestkyst. Nordlig og vestlig for dette engelske Kridtbelte ligge som ældre Lag Juraformationens Steenarter, og i længere Afstand i samme Retning komme de endnu ældre Lag af Triasformationen, af det permiske System og den store Kuldannelse, indtil vi ved Vestkysten af Nord-England og Skotland komme til de endnu ældre og tildeels for-